

Składowe niewyważenia występujące na wirniku podczas obrotów.

Pojęcie niewyważenia odnosi się zarówno do wirnika sztywnego, jak i podatnego giętnie. Na wirniku sztywnym niewyważenie początkowe jest stałe w całym zakresie zmienności prędkości obrotowej. Na wirniku podatnym giętnie jest zmienne i zależy od prędkości obrotowej.

Na wirniku sztywnym składnikami niewyważenia są:

- a) nieskompensowane, nadmiarowe pojedyncze lub rozciągnięte w sposób ciągły, wzdłuż długości, elementy materiału wirnika, które mają masę i są posadowione na określonym promieniu względem wirowania (lub odwrotnie: nieskompensowane ubytki w materiale wirnika leżące w oddaleniu od osi wirowania);
- b) pary nieskompensowanych elementów materiału wirnika posadowionych na określonym promieniu, względem osi wirowania, dające moment obrotowy w płaszczyźnie zawierającej oś wirowania.

W niewyważeniu początkowym, obok składników występujących na wirnikach sztywnych, może się znajdować także wstępne ugięcie, którego promień jest stały w całym zakresie obrotów.

Na wirniku podatnym giętnie składnikami niewyważenia są:

- a) oba wyszczególnione powyżej składniki,
- b) niewyważenie, rozłożone w sposób ciągły wzdłuż długości wirnika, wynikające z ugięcia, zależnego od chwilowej prędkości obrotowej, i przez to oddalenia się poszczególnych jednostkowych długości wirnika od osi wirowania.

Niewyważenie można traktować jako stan lub jako wielkość fizyczną pochodną od jednostek SI.

Stan niewyważenia: rozumiemy jako rodzaj obciążenia siłami i momentami układu mechanicznego będącego w ruchu obrotowym. Obciążenie jest bezpośrednio wywołane takim rozkładem masy wirnika, wokół rzeczywistej osi wirowania, który wywołuje zmienne siły na podporach (będących więzami dla wirnika) i powoduje dodatkowo zginanie wirników. Stan obciążenia ma zdefiniowane cechy i wpływa na zachowanie się tego układu. Cechą niewyważenia jest występowanie tylko sił albo tylko momentów lub mieszanki obu tych wielkości fizycznych. Cechą możemy nazwać takie oddziaływanie na wirnik, które powoduje, że uzyskuje on określone parametry dynamiczne, jak np. związane z pierwszą postacią własną ruchu wirnika sztywnego lub ugięcia wirnika podatnego.

Analizując stan niewyważenia, z punktu widzenia kinetostatyki, stwierdzamy, że da się on określić na dwa sposoby:

- a) za pomocą wektorów głównych umocowanych w środku ciężkości wirnika lub innym wybranym punkcie, poprzez wyznaczenie: wektora głównego sił i wektora momentu głównego od niewyważenia,
- b) lub za pomocą dwóch wektorów sił, różnych co do wartości i kierunku działania, leżących w dwóch płaszczyznach oddalonych od siebie wzdłuż osi wirowania.

Wektor główny sił jest niezmiennikiem stanu niewyważenia natomiast wartość i kierunek momentu głównego zależą od wyboru punktu odniesienia. Wartości i kierunki dwóch sił posadowionych w dwóch płaszczyznach pomiarowych zależą od wyboru położenia tych płaszczyzn.

Niewyważenie jako wielkość fizyczna: jest iloczynem masy i odległości od osi obrotów.

Wektor niewyważenia: jest to wektor, którego długość odpowiada wartości niewyważenia, a kierunek działania jest zgodny z miejscem posadowienia kąowego masy niewyważenia:

$$\vec{N} = m \cdot \vec{r} [g \cdot mm, \varphi].$$

Wartość niewyważenia: niewyważenie określone ilościowo, bez uwzględnienia kąta działania, jako iloczyn masy niewyważonej i odległości jej środka masy od rzeczywistej osi wirowania:

$$\check{N} = m \cdot r [gmm].$$

Masa niewyważenia: masa oznaczona $m_N [g]$, która jest myślowo zamocowana na określonym promieniu (masa umowna) na wirniku, taka, że jej wartość pomnożona przez kwadrat częstości obrotowej i promienia da wartość siły od niewyważenia.

Wektor główny niewyważenia: tworzą go zsumowane geometrycznie wszystkie jednostkowe siły od niewyważenia występujące na całej długości wirnika. Wektor jest równy iloczynowi masy wirnika i mimośrodowości jego środka ciężkości, jest prostopadły do osi wirnika i przechodzący przez jego środek ciężkości lub inny wybrany punkt na osi wirowania.

Moment niewyważenia: iloczyn wektorowy niewyważenia i ramienia jego działania $[gmm^2]$. Wektor jest prostopadły do płaszczyzny wyznaczonej przez oś wirnika i wektor niewyważenia. Moduł wektora niewyważenia jest równy iloczynowi wartości niewyważenia i odległości wektora niewyważenia od płaszczyzny prostopadłej do osi, względem której jest ten moment obliczony.

Moment główny niewyważenia: jest geometryczną sumą wszystkich momentów niewyważenia obliczonych względem środka ciężkości wirnika lub innego, wybranego punktu. Wektor jest jednocześnie prostopadły do głównej, centralnej osi bezwładności wirnika.

Niewyważenie statyczne: stan niewyważenia, przy którym rzeczywista oś wirowania i główna, centralna oś bezwładności wirnika są równoległe. Środek masy wirnika (środek ciężkości) jest położony mimośrodowo w stosunku do rzeczywistej osi wirowania. Przy

niewyważeniu statycznym wektor główny momentu jest równy zero, a wektor główny sił ma wartość skończoną.

Niewyważenie momentowe: stan niewyważenia, przy którym rzeczywista oś wirowania i główna, centralna oś bezwładności przecinają się pod pewnym kątem w środku masy wirnika. Przy takim niewyważeniu wektor główny sił jest równy zero, a moment główny ma wartość skończoną. Środek masy leży na rzeczywistej osi wirowania.

Niewyważenie quasi-statyczne: stan niewyważenia, przy którym jego główna, centralna oś bezwładności przecina się z rzeczywistą osią wirowania poza środkiem masy. Dodatkowo jest jeszcze spełniony warunek prostopadłości wektora momentu głównego do płaszczyzny wyznaczonej przez obie wyżej wymienione osie.

Niewyważenie dynamiczne wirnika sztywnego: zwyczajowo nazywany stan niewyważenia, zawierający zarówno składową siłową, jak i momentową. Przy nim rzeczywista oś wirowania i główna, centralna oś bezwładności są względem siebie skośne. Jeżeli niewyważenie jest przedstawione w postaci wektora głównego i momentu głównego, zaczepionego w środku ciężkości wirnika, to te dwa wektory są względem siebie nachylone pod określonym kątem. Jeżeli niewyważenie jest przedstawione w postaci dwóch wektorów sił umieszczonych w dwóch płaszczyznach korekcyjnych, oddalonych od siebie wzdłuż długości wirnika, to te wektory mają różne długości i działają pod różnymi kątami.

Niewyważenie początkowe wirnika sztywnego: stan niewyważenia istniejący na wirniku przed wyważaniem. Może zawierać obie składowe niewyważenia: siłową i momentową.

Niewyważenie resztkowe dopuszczalne: stan niewyważenia istniejący na wirniku po procesie wyważania spełniającym warunki projektowe wirnika.

Składowe niewyważenia powodują powstawanie sił, które dla wirnika są wymuszeniem. Sztywny wirnik nie pokazuje, w którym miejscu, wzdłuż długości, i przy jakim kącie, są one generowane. Można stwierdzić, że obserwowane zachowanie się wirnika, w trakcie obrotów, wynika z działania sumy wszystkich składowych sił od niewyważenia. Jest tak, gdyż wirnik jest sztywny i reaguje na całe obciążenie ruchem liniowym środka ciężkości i obrotem wokół tego środka. Dla wyważenia należy utworzyć odpowiadający temu model niewyważonego wirnika. Model powinien przystawać do metody wyważania.

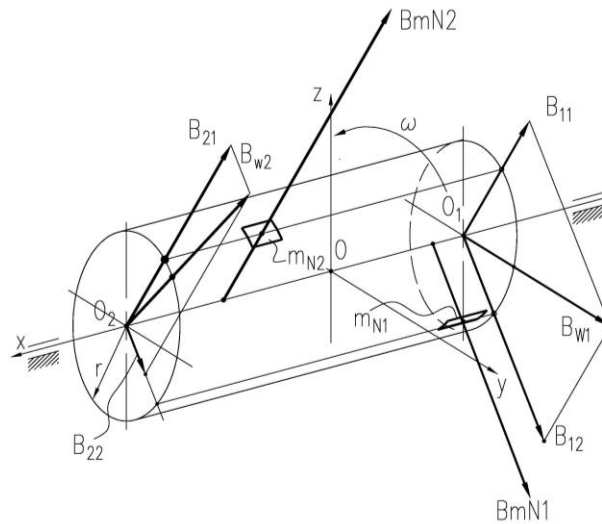
Jeżeli w procesie wyważania chcemy wyeliminować albo zminimalizować powyższe składowe niewyważenia, to musimy przyjąć dwie płaszczyzny korekcyjne. Powinny one być posadowione możliwie daleko od siebie, wzdłuż długości wirnika. Dwie płaszczyzny umożliwiają zmianę nie tylko siły ale także zmianę momentu siły.

Niewyważenie wirnika sztywnego nie zmienia się przy zmianie prędkości obrotowej. Po zmianie miejsc podparcia może się ono zmienić jeżeli wirnik wykazuje stałe ugięcie lub wał wirnika ma bicie promieniowe pomiędzy poszczególnymi swoimi odcinkami. Może to wystąpić, gdy np. nie był obrabiany mechanicznie przy jednym zamocowaniu.

Przy wyważaniu wirników sztywnych nie ma znaczenia fakt, że nie znamy rozłożenia niewyważenia wzdłuż osi wirowania. Wyważarka, mierząc niewyważenie sztywnego wirnika, wylicza dwie „wypadkowe”, których wartości i kierunki działania zależą zarówno od wszystkich niezidentyfikowanych sił działających w różnych płaszczyznach prostopadłych do osi wirnika, jak i od położenia przyjętych do pomiarów i korekcji, wzdłuż tej osi, płaszczyzn korekcyjnych. Obliczone wartości niewyważenia nie zmieniają się co do wartości i kierunków, wraz ze zmianą prędkości obrotowej, choć wskazania wyważarki zwykle są różne. Stałość wyników obliczeń jest zagwarantowana pobieraniem współczynników kalibracyjnych odpowiednich dla wybranej prędkości obrotowej i dla wybranych położów płaszczyzn korekcyjnych. Przy wyznaczaniu tych współczynników mają znaczenie właściwości dynamiczne wirnika, czyli ilość jego masy i idealnie skompensowany jej rozkład wzdłuż długości. Można tylko dodać, że wymuszenie dla różnych prędkości jest inne, gdyż inna jest suma ruchów składowych wykonywanych według pierwszej i drugiej postaci drgań w wyważarkach nadkrytycznych. Układy drgające podpór składają się tam z nieznannej ilości masy: wirnika, z elementów podpory, a nawet części łoża maszyny. Można je nazwać masami zastępczymi. Nie identyfikujemy tych mas i nie potrafimy w prosty sposób tego zrobić.

Na wyważarkach podkrytycznych wskazania się także zmieniają, niezależnie od stałości niewyważenia, przy zmianie prędkości pomiarowej i położenia płaszczyzn pomiarowych. Zmiana położenia płaszczyzn korekcyjnych jest uwzględniana, automatycznie przez maszynę, poprzez wprowadzenie z klawiatury modułu pomiarowego danych dotyczących nowych położów tych płaszczyzn wzdłuż długości wirnika. Współczynniki kalibracyjne są tutaj inaczej budowane. Nie zależą, bowiem, od właściwości dynamicznych wirnika. Zależą tylko wprost proporcjonalnie od prędkości obrotowej (czyli łatwo je policzyć). Do obliczenia niewyważenia są wykorzystywane zależności geometryczne wirnika i jego miejsca podparcia zgodnie z zasadami kinetostatyki.

Wirnik podatny, wyważony przy określonej prędkości obrotowej, nie jest wyważony przy innej prędkości. Nasuwa się pytanie: czy wirnik podatny można wyważyć do zera? Odpowiedź na postawione pytanie jest następująca: nie można wyważyć do zera, ale można praktycznie zminimalizować wpływ niewyważenia na ugięcia tak, że przy stosowanych obrotach nie wystąpią ugięcia większe od przyjętych jako dopuszczalne. W praktyce decyduje zminimalizowanie pierwszych dwóch (w szczególnych przypadkach trzech) postaci ugięć. Wraz ze wzrostem prędkości obrotowej ujawnia się wpływ na ugięcie składników niewyważenia, kolejno: niewyważenia statycznego, momentowego i mieszanego. Każdy z tych składników wymusza rezonans przy określonej prędkości obrotowej.

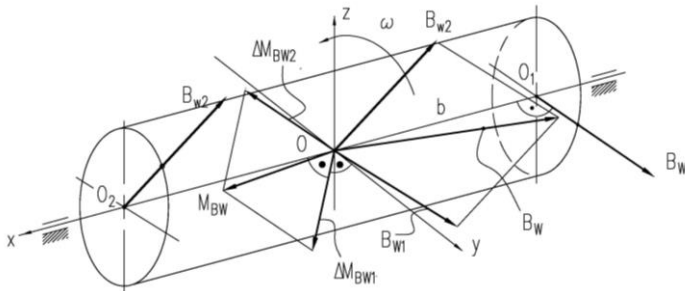


Rys. 1. Rozkład niewyważenia na dwie płaszczyzny korekcyjne.

Na rysunku 1 pokazano nadmiarowe obciążniki o masach m_{N1} i m_{N2} występujące w dowolnych miejscach na wirniku. Powodują one obciążenie wirnika siłami bezwładności B_{mN1} i B_{mN2} . Takich obciążników, generujących siły bezwładności od niewyważień, może być dowolna liczba. Tej liczby ani miejsc występowania obciążników nie poznamy w trakcie identyfikacji.

Na wirniku sztywnym dowolna siła bezwładności jest zastępowana dwiema siłami, występującymi w obu płaszczyznach korekcyjnych. Na rysunku są to np.: B_{11} i B_{21} dotyczące obciążnika m_{N1} . Pozostałe siły zastępowane są w taki sam sposób. Rozkład siły na dwie składowe następuje zgodnie z zasadami kinetostatyki (można go wykonać, rozwiązując układ dwóch równań statyki: sumę sił w kierunku ich działania i sumę momentów względem np. jednej z płaszczyzn korekcyjnych). Należy założyć, że w obu płaszczyznach korekcyjnych znajduje się tyle składowych sił, ile nadmiarowych mas znajduje się na wirniku. W każdej z płaszczyzn, oddzielnie, składowe siły są sumowane do wypadkowych. W procesie wyważania, wystarczy dodać, w formie obciążników korekcyjnych, po jednym obciążniku na stronę wirnika, jako przeciwwagi dające przeciwne siły bezwładności w stosunku do wypadkowych. Jeżeli suma sił wypadkowych i korekcyjnych jest bliska zeru to wirnik jest wyważony. W praktyce pozostaje niewyważenie resztkowe. Aby wyważanie uznać jako skuteczne, niewyważenie resztkowe musi być mniejsze od dopuszczalnego.

Jest to podstawowy sposób pokazania siłowego wpływu niewyważenia na wirnik.



Rys. 2. Wektor i moment główny niewyważenia.

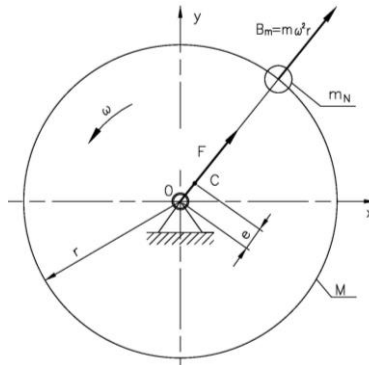
Na rysunku 2 przedstawiono to samo niewyważenie ale w formie tzw. wektora głównego i momentu głównego niewyważenia. W tym przypadku wyjściowymi są wektory wypadkowych sił wyznaczonych w obu płaszczyznach korekcyjnych B_{w1} i B_{w2} .

Po równoległym przesunięciu obu wektorów do wspólnego punktu, np. do środka ciężkości, otrzymujemy z nich wypadkową B_w . Kierunek jej działania i długość wypadkowej nie zależy od położenia punktu, wzdłuż długości wirnika. Wypadkowa siła od niewyważenia jest więc niezmiennikiem obciążenia.

Przesuwanie należy wykonać tak, aby obciążenie wirnika, przed i po przesunięciu, było takie same. Aby zrównoważyć działanie przesuniętej siły na wirnik, należy obciążyć wirnik dodatkowym momentem siły. W związku z tym, że siła B_{w1} stara się obrócić wirnik wokół osi, przechodzącej przez punkt 0, to moment musi tak samo starać się obracać wirnik. Wartość wynika z iloczynu wektorowego: $\vec{M}(B_{w1}) = \vec{B}_{w1} \times \vec{b}$. Kierunek wektora momentu jest prostopadły do płaszczyzny, na której leżą oba wektory i ma zwrot zgodny z regułą śruby prawoskrętnej.

Tutaj moment główny ma dwie składowe pochodzące od przesunięcia dwóch sił. Po wybraniu innego punktu, leżącego na osi geometrycznej, składowe momentu się zmieniają. Moment główny niewyważenia nie jest niezmiennikiem obciążenia.

Niewyważenie jako wielkość fizyczna jest momentem statycznym obciążnika korekcyjnego, czyli iloczynem nadmiarowej masy i odległości środka tej masy od rzeczywistej osi obrotu. Zarówno przed, jak i po wyważeniu nie znamy miejsc, w których występują braki w kołowsymetryczności. Przyjmuje się, że dowolny brak kołowsymetryczności ma postać nadmiarowej masy m_N , która jest posadowiona na krawędzi tarczy lub na średnicy wałka wirnika.



Rys. 3. Niewyważenie jako wielkość fizyczna.

Na rysunku 3 tarcza o masie M nie jest kołowsymetryczna. Jest obciążona nadmiarową masą m_N .

Niewyważenie statyczne tarczy wynosi:

$$\tilde{N} = m_N \cdot r \text{ [gmm]}. \quad (1)$$

Przesunięcie środka ciężkości wynosi:

$$e = \frac{m_N \cdot r}{M + m_N} \cong \frac{m_N \cdot r}{M} \text{ [m]} \quad (2)$$

e jest obliczone z równowagi momentów statycznych nadmiarowej masy posadowionej na promieniu wirnika r i sumarycznej masy na mimośrodku e .

Dla analizy i obliczania ruchu wirnika mającego masę wprowadzono pojęcie osi bezwładności, masowych momentów bezwładności i elipsoidy bezwładności. Elipsoida bezwładności jest zbudowana z wykorzystaniem trzech osi, które są prostopadłe względem siebie. Na poszczególnych kierunkach są liczone tzw. masowe momenty bezwładności, które opisują rozkład masy wirnika. Z wszystkich położeń działających w dowolnych kierunkach, rozróżniamy osie bezwładności działające w szczególnych kierunkach. Są to główne i jednocześnie centralne oraz tylko główne osie. Główne mają taki kierunek, w odniesieniu do wirnika, że masowe momenty bezwładności, liczone względem nich, przyjmują ekstremalne wartości. Jeżeli dodatkowo przechodzą przez środek ciężkości, to nazywamy je głównymi i centralnymi. Suma wartości głównych i centralnych jest zawsze najmniejsza (ze względu na dodatek momentu wynikający z twierdzenia Steinera). Przyjęcie ekstremalnych wartości momentów bezwładności oznacza, że: jeden moment ma największą wartość (która jest zawsze liczona zgodnie z przyjętą procedurą), inny, najmniejszą z możliwych do wyliczenia, a trzeci ma wartość pośrednią. Gdy rzeczywista oś obrotu wirnika i jedna z głównych i centralnych osi bezwładności się pokrywają, to wirnik nie jest obciążony jakimkolwiek nieskompensowanymi siłami bezwładności. Nie ma na nim niewyważenia. Zauważamy, że na kierunkach głównych, położonych centralnie względem masy wirnika, każda drobina masy, położona po jednej stronie osi wirowania: ma swoją odpowiedniczkę dokładnie po przeciwnej stronie wirowania.

Jeżeli osie: obrotu i główna, centralna nie są równoległe, ale przecinają się w punkcie środka masy, to powstaje niewyważenie momentowe. Jeżeli przecinają się w innym punkcie lub są

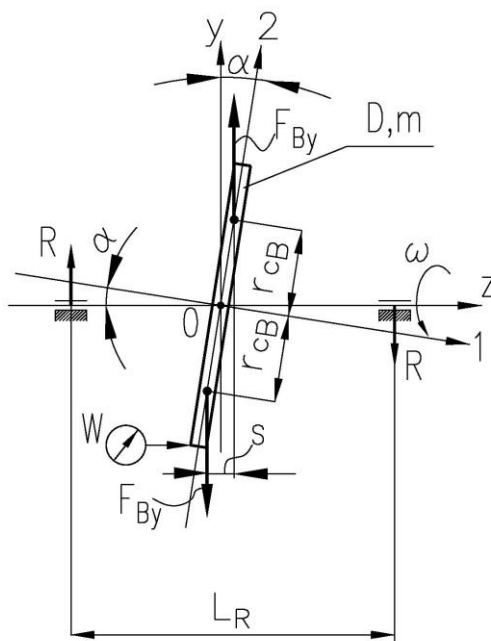
skośne względem siebie, to powstaje niewyważenie siłowe, jak i momentowe. Gdy są równoległe, to tylko siłowe.

Główne i centralne osie bezwładności na rysunku 4 nazwano: 1 i 2. Przecinają się w środku ciężkości c , więc powstaje moment od nieskompensowanych sił bezwładności.

Rozpatrzmy dwa przypadki:

- wirującej cienkiej tarczy zamocowanej do osi z błędem kątowym, której grubość jest do pominięcia,
- wirującego wirnika, mającego długość L , zamocowanego w łożyskach tak, że jego główna i centralna oś bezwładności przecina oś wirowania w punkcie jego środka masy.

Jeżeli przyjmiemy, że tarcza ma masę m i średnicę D i jest zamocowana do bezmasowego wału z biciem poosiowym W , to jej obciążenie stanowi para sił bezwładności.



Rys. 4. Niewyważenie momentowe spowodowane błędem kątowym mocowania tarczy do wału. Siła bezwładności od kąтового posadowienia dla cienkiej tarczy wynosi:

$$F_{B_y} = \frac{1}{3\pi} m D \omega^2 \cos \alpha, \quad (3)$$

gdzie: $\sin \alpha = \frac{0,5W}{\frac{D}{2}} = \frac{W}{D}$, $\alpha = \arcsin\left(\frac{W}{D}\right)$

i działa prostująco na tarczę.

Jest to siła wypadkowa z połowy tarczy. Zastępuje wszystkie siły bezwładności występujące na jednej z połówek tarczy. W związku z tym, że amplitudy sił są zależne wprost

proporcjonalnie od odległości od osi obrotów, to umiejscowienie wypadkowej z połowy tarczy nie leży w środku masy połówki tarczy.

Przypomnijmy, przy okazji, że środek ciężkości połowy tarczy leży w odległości $0,2122D$ od średnicy dzielącej tarczę na dwie połówki.

Siła F_{By} jest zaczepiona w odległości: $r_{cB} = 0,2945D$.

Prostujący tarczę moment wynosi: $M_{F_{By}} = \frac{1}{16}m\omega^2D^2 \sin \alpha \cos \alpha$.

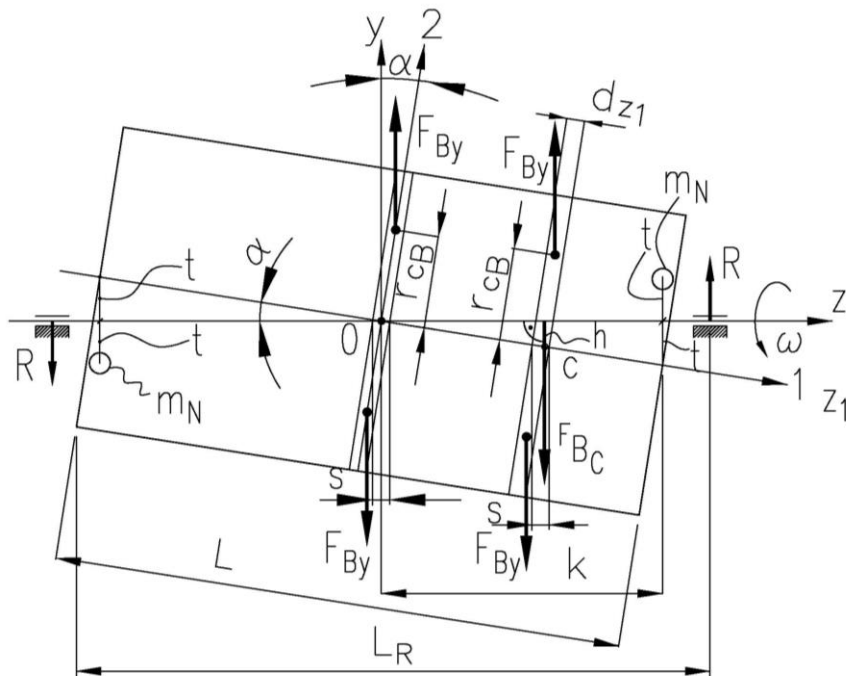
Moment wywoła siły reakcji w podporach wału:

$$R \cdot L_R = M_{F_{By}},$$

stąd siła w podporze wynosi:

$$R = \frac{1}{16L_R}m\omega^2D^2 \sin \alpha \cos \alpha.$$

Wirnik o długości L zamocowany jest w łożyskach tak, że jego główna i centralna oś bezwładności 1 przecina się w punkcie środka masy c pod kątem α z osią wirowania. Błąd mocowania można pomierzyć także jako bicie promieniowe W po obu stronach wirnika. W tym przypadku bicia mają równe wartości (i maksyma są, względem siebie, przesunięte kątowno o 180°).



Rys. 5. Niewyważenie momentowe spowodowane błędem kątowym mocowania wału wirnika na podporach.

Wirnik jest obciążony momentem od nieskompensowanych sił bezwładności.

Można policzyć te siły, np. wyobrażając sobie, że składa się on z wielu tarczy, jak na rysunku 4. Obciążenie środkowej tarczy opisano powyżej. Każda inna jest obciążona dodatkowo momentem od siły wynikającej z mimośrodowego położenia jej środka ciężkości F_{BC} , w stosunku do osi wirowania. Uwzględniając oba składniki, wartość momentu można obliczyć z równania, które powstało z sumowania wyżej opisanych składników obciążenia:

$$M_0 = m\omega^2 \sin \alpha \cos \alpha \left(\frac{1}{16} D^2 - \frac{1}{12} L^2 \right) \quad (4),$$

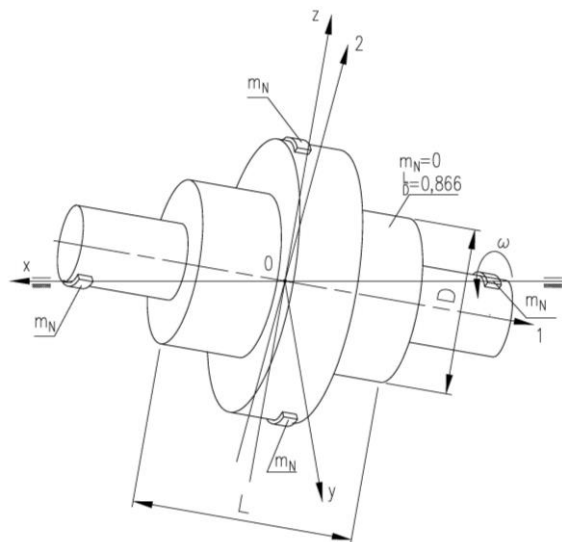
gdzie: m – masa [kg], D – średnica wirnika [m], L – długość [m] ω – częstość wynikająca z obrotów wirnika $\left[\frac{1}{s} \right]$.

Powyższe równanie należy skomentować. Zauważamy, że dla określonej wartości D i L , niezależnie od wartości bicia promieniowego na końcach wału, moment obrotowy całego wirnika jest równy zero.

Sprawdźmy ten warunek, przy którym nie wystąpi moment obrotowy:

$$\begin{aligned} \frac{1}{16} D^2 &= \frac{1}{12} L^2, \\ L &= \frac{\sqrt{3}}{2} D = 0,866D. \end{aligned}$$

Zauważamy także, że dla stosunku długości do średnicy wirnika wynoszącej $\frac{L}{D} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, znak momentu obrotowego wywołanego niewyważeniem się zmienia. To oznacza, że dla $\frac{L}{D} > \frac{\sqrt{3}}{2}$ mocujemy obciążniki korekcyjne po „lekkiej” stronie i dla $\frac{L}{D} < \frac{\sqrt{3}}{2}$ po „ciężkiej” stronie na końcach wirnika. Pokazano to na rysunku 6.



Rys. 6. Położenie obciążników dla różnych stosunków $\frac{L}{D}$.

Na rysunku 5. wirtualne obciążniki posadowiono w odległości t od rzeczywistej osi wirowania. Moment obrotowy od tych obu obciążników m_N , zgodnie z zależnościami geometrycznymi wynikającymi z rysunku 5, wynosi:

$$M_0(m_{N,1+2}) = 2M_0(m_{N,1}) = \frac{1}{2}m_N\omega^2L^2 \sin \alpha \cos \alpha \quad [Nm].$$

Porównanie sumarycznego momentu obrotowego z równania (4) z powyższym umożliwia wyznaczenie ich masy bez uzależnienia od wartości kąta φ :

$$m_N = \frac{2}{L^2}m \left(\frac{1}{16}D^2 - \frac{1}{12}L^2 \right) \quad [kg].$$

Powyższe wyrażenie jest więc niezmiennikiem wirnika, który ma określoną smukłość, czyli stosunek średnicy do długości. Wartość obliczonej, w ten sposób, masy m_N i posadowionej w odległości t od rzeczywistej osi wirowania nie zależy od błędu kąтового α posadowienia wirnika wtedy, gdy obciążnik m_N jest mocowany w odległości t od rzeczywistej osi wirowania (rysunek 5). Wskazuje fazę posadowienia obciążnika po „lekkiej” lub „ciężkiej” stronie wirnika.

Praktyczne znaczenie mają porównania momentu od siły bezwładności, wywołanej posadowieniem obciążnika korekcyjnego na końcach wirnika, na jego średnicy, z momentem wyznaczonym w równaniu (4):

$$m_N\omega^2\frac{D}{2}L = m\omega^2 \sin \alpha \cos \alpha \left(\frac{1}{16}D^2 - \frac{1}{12}L^2 \right) \quad (5),$$

gdzie lewa strona równania jest siłą bezwładności od obliczoną z definicji m_N .

Stąd masa pojedynczego obciążnika korekcyjnego wynosi:

$$m_N = \frac{2m}{DL} \sin \alpha \cos \alpha \left(\frac{1}{16}D^2 - \frac{1}{12}L^2 \right) \quad [kg].$$

Jeżeli odległość pomiędzy obciążnikami wynosi L i obciążniki są posadowione na promieniu $\frac{D}{2}$, to niewyważenie momentowe wyniesie z definicji:

$$\check{N}_{Mom} = m_N \frac{D}{2}L \quad [kg \cdot m^2].$$

W związku z tym, że kąt α przyjmuje małe wartości, to z wystarczającą dokładnością można przyjąć: $\sin \alpha = \alpha$ [rad], $\cos \alpha = 1$.

Związek upraszcza się do:

$$m_N = \frac{2m}{DL} \alpha \left(\frac{1}{16}D^2 - \frac{1}{12}L^2 \right) \quad [kg],$$

gdzie: $\alpha \rightarrow$ [rad], $D, L \rightarrow$ [m], $m \rightarrow$ [kg].

Praktyczne znaczenie ma także wyznaczenie wartości siły, która występuje w obu podparciach wirnika, gdzie wykorzystujemy równowagę momentów sił pochodzących od reakcji podporowych i wyznaczonych w równaniu (4):

$$RL_R = m\omega^2 \sin \alpha \cos \alpha \left(\frac{1}{16}D^2 - \frac{1}{12}L^2 \right).$$

Stąd siła w podparciu wynosi:

$$R = \frac{1}{L_R} m\omega^2 \sin \alpha \cos \alpha \left(\frac{1}{16}D^2 - \frac{1}{12}L^2 \right) \left[\frac{kg \cdot m}{s^2} \right] \rightarrow [N]$$

lub po uproszczeniu:

$$R = \frac{1}{L_R} m\omega^2 \alpha \left(\frac{1}{16}D^2 - \frac{1}{12}L^2 \right),$$

gdzie: $\alpha \rightarrow [rad]$, $D, L_R \rightarrow [m]$, $m \rightarrow [kg]$.

Siły w obu podporach, wywołane momentem obrotowym generowanym na wirniku, mają te same wartości niezależnie od umiejscowienia wirnika pomiędzy podporami.

Korzystając z wyznaczonych wartości sił, można wyznaczyć ilości masy obciążników korekcyjnych, które będąc posadowione na szerokości podpór, muszą wirować wraz z wirnikiem na promieniu $\frac{D}{2}$:

$$m_{kor}\omega^2 \frac{D}{2} = R,$$

$$m_{kor} = \frac{2R}{\omega^2 D} = \frac{2}{DL_R} m\alpha \left(\frac{1}{16}D^2 - \frac{1}{12}L^2 \right) \left[\frac{kg \cdot m^2}{m^2} \right] \rightarrow [kg].$$

Jeżeli odległość pomiędzy obciążnikami wynosi L_R , to niewyważenie momentowe wyniesie:

$$\check{N}_{dyn} = m_{kor} \frac{D}{2} L_R = m\alpha \left(\frac{1}{16}D^2 - \frac{1}{12}L^2 \right) [kg \cdot m^2].$$

Podsumowanie:

1. Niewyważenie może być traktowane jako stan obciążenia zewnętrznego, które jest wymuszeniem dla wirnika w trakcie obrotów. To wymuszenie ma składowe: statyczną, w postaci sił działających odśrodkowo, i dynamiczną, w postaci momentu obrotowego, działającego w płaszczyźnie zawierającej oś obrotu.
2. Niewyważenie wirnika sztywnego może zawierać obie powyższe składowe niewyważenia. Niewyważenie wirnika podatnego giętnie zawiera, dodatkowo, niewyważenie rozciągnięte na całej długości wirnika, wynikające z ugięcia i jest zbudowane z iloczynów: masy jednostkowej długości wirnika i jej odległości od osi wirowania. Ugięcie może być przestrzenne.
3. Niewyważenie wirnika sztywnego nie zależy od prędkości obrotowej wirnika. Niewyważenie wirnika podatnego giętnie zależy od prędkości.
4. Niewyważenie wirnika sztywnego można przedstawić za pomocą tzw. wektora głównego i momentu głównego niewyważenia, lub za pomocą dwóch wektorów niewyważenia, lub sił bezwładności, które są przesunięte względem siebie, wzdłuż długości wirnika i mają różne długości oraz działają w różnych kierunkach.

5. Niewyważenie statyczne mierzymy najczęściej w $[gmm]$ lub $[kgm]$. Jest wynikiem mnożenia nadmiarowej masy m_N , skupionej w punkcie, posadowionej w odległości r od osi obrotu.
6. Niewyważenie momentowe mierzymy najczęściej w $[gmm^2]$ lub $[kgm^2]$, gdyż tworzą je pary niewyważań statycznych, które są rozsunięte wzdłuż długości wirnika.
7. Dla stosunku długości do średnicy $\frac{L}{D} > 0,866$ moment zmienia kierunek działania z prostującego na powiększający niewyważenie momentowe.

Powyższe zagadnienia zostały szczegółowo opisane w mojej książce: M. Malec: Wyważanie dynamiczne wirników w teorii i praktyce. Bydgoszcz 2022.

Dystrybutorem książki jest: www.fachowa.pl

Mirostaw Malec